

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

<b>I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ</b>
<b>1. Датум и орган који је именовао Комисију:</b>  09.06. 2016. године, Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду
<b>2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:</b>  <ul style="list-style-type: none"><li>• др Љиљана Гајић, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа, изабрана у звање 15. 02. 1993. – председник</li><li>• др Љиљана Теофанов, ванредни професор Факултета техничких наука у Новом Саду, ужа научна област: математика, изабрана у звање 01. 12. 2014. – члан</li><li>• др Ненад Теофанов, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: анализа и вероватноћа, изабран у звање 01. 10. 2010. – ментор</li></ul>
<b>II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ</b>
<b>1. Име, име једног родитеља, презиме:</b>  Биљана, Љупчо, Јовановски
<b>2. Датум рођења, општина, република:</b>  28. 05. 1990. Нови Сад, Република Србија
<b>3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:</b>  2013. смер - примењена математика, модул - математика финансија
<b>III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА</b>
  Интертемпорални избор и оптимално управљање

#### IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА

Мастер рад „Интертемпорални избор и оптимално управљање“ је сачињен од предговора, пет глава (1. Увод, 2. Оптимално управљање, 3. Интертемпорални избор, 4. Примена оптималног управљања у решавању модела интертемпоралног избора, 5. Додатак) и закључка. Попис литературе садржи 12 библиографских јединица.

У првој, уводној глави рада, наведене су основне дефиниције и појмови који су неопходни за разумевање рада. Уводе се основни појмови међу којима су норма, диференцијал функционеле, потребни услов за екстрем функционеле. Изводи се Ојлер-Лагранжова једначина. Дефинишу се гранични услови. Приказује се варијациони рачун. Посебно је приказан варијациони рачун са ограничењима, јер су функције стања у варијационом рачуну често везане за унапред дата ограничења.

Друга глава посвећена је оптималном управљању. Дефинисано је оптимално управљање и приказана математичка формулација оптималног управљања. Основни задатак оптималног управљања је испуњавање одређеног критеријума оптималности за дати систем. Оптимално управљање делимо на статичку и динамичку оптимизацију. У овом раду се бавимо динамичком оптимизацијом и наведене су технике за решавање проблема динамичке оптимизације. Приказана је Хамилтонова функција и принцип максимума. Посебно се наводи оптимално управљање уз дисконтовање. На крају ове главе приказана је и техника којом се решава систем диференцијалних једначина, а то су фазни дијаграми.

Трећа глава рада бави се интертемпоралним избором. Наводи се дефиниција и економска интерпретација интертемпоралног избора. Уведени су појмови који су неопходни за разумевање интертемпоралног избора као што су ефекат супституције и ефекат дохотка, опортунитетни трошкови.

Четврта глава посвећена је примени оптималног управљања на проблеме интертемпоралног избора. Наводи се модел интертемпоралне максимизације корисности и приказано је решење тог модела, користећи методе које су наведене у претходним главама. Дато је тумачење и анализа добијених решења.

Пета глава је додатак у којој је изложена је финансијска оптимизација. Дат је модел који решавамо прво варијационим рачуном, па због долажења до контрадикције, решавамо га применом принципа максимума.

## **V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА**

У уводној глави рада наведене су основне дефиниције. Уведени су појмови норме, диференцијала функционеле, потребни услов за екстрем функционеле који ће имати значајну улогу у увођењу варијационог рачуна. Изведена је Ојлер-Лагранжова једначина која представља потребан услов за екстрем функционеле. Приказани су гранични услови. Објашњен је варијациони рачун са ограничењима са нагласком на ограничења у виду диференцијалних једначина.

Друга глава обезбеђује технике које ће се корисити у решавању модела интертемпоралног избора. Дефинисано је оптимално управљање. У раду се посматра динамичка оптимизација, а за решавање проблема динамичке оптимизације користи се принцип максимума. То је разлог увођења принципа максимума у овом делу рада. У економским моделима често је дата функција корисности коју је неопходно максимизирати. Када се одређује будућа вредност неког садашњег прихода, тај приход се прво мора дисконтовати, што је разлог за увођење оптималног управљања са дисконтовањем. Значајну улогу у решавању проблема из овог рада имају фазни дијаграми који су представљени у овом делу.

Трећа глава рада посвећена је интертемпоралном избору који представља избор потрошње током времена. Појединац током свог живота зарађује приход по непостојаном образцу, па он, како би изравнао ту неравнотежу, позајмљује другима и од других. Оваквим понашањем потрошња поједница мање варира него што варирају његови приходи.

У четвртој глави приказани су модели интертемпоралног избора и решења тих модела. Корист се методе, технике и појмови који су дефинисани у претходним главама. Користи се и принцип максимума. За тумачење решења система диференцијалних једначина коришћени су фазни дијаграми.

Пета глава је додатак у којем је дат пример из финансијске оптимизације који приказује како се приликом коришћења варијационог рачуна добија контрадикција, а затим се применом принципа максимума долазимо до решења проблема.

## **VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА**

Кроз рад је приказан варијациони рачун и принцип максимума као технике којима се решавају проблеми динамичке оптимизације. Проблеми интертемпоралног избора решавани су применом принципа максимума.

Приказан је модел интертемпоралне корисности и модел експлоатације обновљивог ресурса. За пример обновљивог ресурса узели смо рибу и посматрали проблем риболова. Коришћен је принцип максимума и фазни дијаграми за решавање овог модела. Закључео је да ако се чека да се залихе рибе повећају, може се створити добит у будућности која ће се изједначити са опортунистичким трошком залиха.

## **VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА**

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом.

Сви појмови наведени у пријави теме су детаљно анализирани. Испитан је њихов међуоднос и урађени су примери који илуструју коришћену теорију.

Рад је прегледно и добро написан, а главни резултати су коректно и јасно формулисани.

## **VIII ПРЕДЛОГ**

На основу укупне оцене, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидату Биљани Јовановски одобри одбрана.

Нови Сад, \_\_\_\_ \_\_\_\_ 2016.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

---

др Љиљана Гајић  
редовни проф. ПМФ, председник

---

др Љиљана Теофанов  
ванредни проф. ФТН, члан

---

др Ненад Теофанов  
редовни проф. ПМФ, ментор