

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
1. Датум и орган који је именовao Комисију
21. 4. 2015, Веће Департмана за математику и информатику Природно-математичког факултета Универзитета у Новом Саду
2. Састав Комисије са назнаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен:
<ul style="list-style-type: none">• Проф. др Војислав Петровић, редовни професор Природно-математичког факултета у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 29. 12. 1997. – председник комисије• Др Борис Шобот, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: алгебра и математичка логика, изабран у звање 20. 1. 2010. – члан комисије• Др Бојан Башић, доцент на Природно-математичком факултету у Новом Саду, ужа научна област: дискретна математика, изабран у звање 1. 3. 2013. – ментор
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
1. Име, име једног родитеља, презиме:
Кристина (Јожеф) Аго
2. Датум рођења, општина, република:
24. 2. 1991, Суботица, Србија
3. Година уписа на дипломске академске студије, смер/усмерење:
2012, теоријска математика
III НАСЛОВ МАСТЕР РАДА
О Штурмовим речима и њиховим применама у теорији бројева
IV ПРЕГЛЕД МАСТЕР РАДА
Мастер рад заузима 58 страница, садржи 22 библиографске јединице и подељен је на три главе: 1. Увод; 2. Штурмове речи; 3. Примена Штурмових речи у теорији бројева. Свака глава подељена је на више секција.
У првој, уводној глави дефинишу се основни појмови из области комбинаторике на речима, и показују се поједине њихове особине и међусобне везе. Међу дефинисане појмове спадају реч, префикс, суфикс, фактор, палиндром, морфизам, фактор-граф итд. Уводе се и поједине класе бесконачних речи, као што су периодичне, евентуално периодичне, аперидичне, рекурентне и униформно рекурентне, и показује се инклузивни однос између појединих ових класа. Уводи се релација конјугованости на коначним речима. Такође се дају поједини потребни, довољни или потребни и довољни услови за припадност дате речи некој од ових класа.
У другој глави најпре се уводе Штурмове речи и доказује се да су оне аперидичне, рекурентне и униформно рекурентне. Уводи се и појам левог и десног специјалног фактора, и одмах се

констатује једна карактеризација Штурмових речи помоћу њих: бесконачна реч је Штурмова ако и само ако за свако n постоји тачно један десни специјални фактор дужине n (аналогно важи и за леве факторе). Затим се у секцији 2.1 доказује Морс-Хедлундова теорема, која даје још две карактеризације Штурмових речи: то су апериодичне балансиране речи, као и механичке речи с ирационалним нагибом. У секцији 2.2 успоставља се одређена веза између Штурмових речи и палиндрома, која даје још једну карактеризацију Штурмових речи, преко броја палиндромских фактора задате дужине. У секцији 2.3 доказује се карактеризација Штурмових речи преко тзв. повратних речи: бесконачна реч је Штурмова ако и само ако скуп повратних речи за сваки њен фактор садржи тачно два елемента. Најзад, у секцији 2.4, која је информативног карактера, илуструју се још неки од многобројних сличних резултата: одељак 2.4.1 приказује карактеризацију Штурмових речи преко уопштења појма балансираности; одељак 2.4.2 карактерише Штурмове речи као речи које се добијају на одређен начин преко пресека неке праве и целобројне решетке, као и преко одређене ротације по јединичној кружници; одељак 2.4.3 даје карактеризацију Штурмових речи преко броја њених фактора задате дужине које су тзв. повлашћене речи; коначно, одељак 2.4.4 карактерише Штурмове речи преко броја семиабелових повратних речи за њене факторе, као и преко броја Абелових повратних речи за њене факторе.

Трећа глава бави се применама Штурмових речи у теорији бројева. Секција 3.1 бави се неким довољним условима за трансцендентност бројева. Конкретно, у одељку 3.1.1 показује се да сваки број чији цифарски запис у бинарном бројном систему (исто важи и за произвољан бројни систем) чини Штурмове реч мора бити трансцендентан. У одељку 3.1.2 приказује се још један довољан услов за трансцендентност, овога пута на основу записа датог реалног броја у облику верижног разломка. У секцији 3.2 демонстрира се да Штурмове речи у теорији бројева имају примену не само у питањима трансцендентности већ и у другим питањима; конкретно, доказује се потребан и довољан услов који описује ширину интервала који обухватају разломљени делови бројева облика ξb^n , где је b цео а ξ ирационалан број.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА МАСТЕР РАДА

Вредност овог рада је двојаког карактера.

Глава 2 сама за себе представља квалитетан увод у појам и особине Штурмових речи. Њихов свеобухватан приказ захтевао би неупоредиво више простора него што то један мастер рад дозвољава, али се кандидаткиња потрудила да направи избор тврђења и карактеризација за које се може рећи да знатно приближавају читаоцу не само многе идеје и технике које се користе у раду са Штурмовим речима, већ и у комбинаторици на речима генерално.

Глава 3 представља занимљиву илустрацију честе појаве у математици када две наизглед потпуно неповезане области налазе примену једна у другој. Кандидаткиња је у овој глави показала не само да се одлично сналази у комбинаторици на речима (што је било јасно већ и из прве главе), већ и да има одличан увид и у теорију бројева, чиме је демонстрирала поседовање математичке ширине.

Кроз читав рад разни апстрактни концепти илустровани су обиљем примера, што у великој мери разбија сувопарност и рад чини знатно приступачнијим.

VI ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

У другој глави је презентована колекција резултата која може бити од користи свакоме ко жели да стекне утисак о Штурмовим речима или чак о комбинаторици на речима уопштено. Потом резултати приказани у трећој глави махом представљају парцијалне резултате који су делови вишедеценијски отворених проблема, и притом је највећи део њих доказан током последње деценије или две, чиме је кандидаткиња направила пресек актуелног стања и показала у ком смеру се ова питања могу развијати у будућности.

VII КОНАЧНА ОЦЕНА МАСТЕР РАДА

Мастер рад је у потпуности урађен у складу са одобреном темом. Изразито велик проценат библиографских јединица датира из последњих петнаестак година, многе су објављене пре само две или три године, што сведочи о веома великој актуелности овог рада.

VIII ПРЕДЛОГ

Имајући у виду све претходно речено, Комисија предлаже да се мастер рад прихвати, а кандидаткињи Кристини Аго одобри одбрана.

Нови Сад, 22. 9. 2015.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

Др Војислав Петровић,
редовни професор ПМФ-а, председник

Др Борис Шобот,
доцент ПМФ-а, члан

Др Бојан Башић,
доцент ПМФ-а, ментор