

VIZANTIJSKA MATEMATIKA

Zoran Lučić

Matematički Fakultet, Beograd, Yugoslavia

Email address: plucic@yubc.net

Iako se zasnivanje Istočnog rimskog carstva vezuje za osnivanje Konstantinopolja (11. maj 330. godine, [11, str. 64]), vizantijskom naukom nećemo zvati stvaralaštvo neoplatoničara sa početka njenog postojanja budući da je njihovo paganstvo bilo u neskladu sa ideologijom Carstva i predstavljalo je daleki odjek jedne civilizacije koja se tanjila i nestajala pod naltima novodolazećeg hrišćanstva. Kada je Justinijan 529. godine zabranio rad paganskih škola u svome Carstvu, konačno su iščezla žarišta paganizma koja su vekovima pre toga bila izvor svakog obrazovanja. Ukidanjem Platonove Akademije u Atini prestala je da postoji škola koja je neprekidno radila od 387. godine stare ere, dakle punih 915 godine¹.

Prestankom rada paganskih škola nije u potpunosti i odmah prestao da deluje uticaj neoplatonizma. Još neko vreme su stari učitelji delali, poput Simplikija koji je, zajedno sa Damaskijem, poslednjim upravnikom Platonove Akademije, otišao u Persiju, ali se, razočaran, 533. godine vratio u Atinu gde je držao predavanja iako je škola bila zatvorena. I Antemije Tralski i Isidor iz Mileta, arhitekta Svete Sofije u Konstantinopolju, bili su ljudi helenističkog obrazovanja [9, str. 54], a nastavili su da rade u središtu Carstva i, sudeći prema jednoj rečenici iz trećeg dela takozvane XV knjige Euklidovih Elemenata u kojoj se pominje Isidorovo ime², neko od njegovih učenika je načinio dopunu Elemenata.

Međutim, treba imati na umu da se Vizantinci nikada nisu odrekli tekovina helenske i helenističke kulture. Naprotiv, smatrali su ih osloncem svoje civilizacije i, uz hrišćansku religiju i rimsku državnu formu, osnovnim činiocem na kojem je utemeljeno Vizantijsko carstvo. Od kolikog značaja je za Vizantince bilo klasično nasleđe može se videti iz njihovog odnosa prema Platonu i Aristotelu koji su tokom hiljadugodišnje istorije Carstva

¹Najstariji evropski univerzitet koji danas postoji još uvek nije dostigao Akademiju dužinom svoga postojanja.

²Videti Bilimovićev prevod trinaeste knjige Euklidovih *Elementa* [6] sa dodatkom takozvane četrnaeste i petnaeste knjige.

bili nesavršeni autoriteti, stožeri jedne cele civilizacije prema kojima se određivao svako ko je iole pretendovao na pokaže bilo kakvu obrazovanost, a sudeći prema Tatakisovoj *Istoriji vizantijske filozofije* [13], filozofi i teolozi se u tom periodu mogu podeliti u dve velike skupine: ljubitelje Platona i ljubitelje Aristotela.

Ako je Aristotel bio od većeg uticaja na hrišćansku dogmatiku, Platonov uticaj na obrazovanje bio je neuporediv. U VII knjizi *Države*, kroz Sokratova usta Platon kazuje da je primetio da su „ljudi koji su od prirode obdareni za računanje, sposobni i za sve ostale nauke, a čak i oni koji sporo shvataju, ako se uče i vežbaju u računanju, imaju bar tu korist što njihov duh u velikoj meri postaje oštroumniji“³. Uz ovo, raspravljajući o potrebnom obrazovanju budućeg filozofa i vladaoca, i svakog drugog javnog radnika, Sokrat tvrdi da se ono mora sastojati najpre iz aritmetike, geometrije i astronomije. Ova Platonova rasprava odigrala je izvanredno veliku ulogu u istoriji školstva budući da je više od dva milenijuma posle nastanka *Države* svako obrazovanje podrazumevalo bavljenje ovim trima disciplinama koje su, zajedno sa muzikom, kasnije dobile ime *kvadrivijum*. Izraz Matematika imao je tada širi smisao i odnosio se upravo na nauke kvadrivijuma (ἡ τετρακτὺς τῶν μαθημάτων).

U Vizantiji su postojala dva paralelna školska sistema, crkveni koji je bio pod jurisdikcijom patrijarha, i svetovni koji je nadgledao sam car budući da je uprava Carstvom zahtevala obrazovanu administraciju. Nauke kvadrivijuma izučavane su u školama pod carevom upravom, ali matematičko obrazovanje nije ostalo samo u okvirima ovih škola. Grigorije (Nizijanski) iz Nizijaniza u Kapadokiji prijatelj Vasilija Velikog (330–379) sa kojim je studirao u Atini u svojim Homilijama⁴ tvrdi da je sv. Vasilije uzimao od astronomije, geometrije i aritmetike ono što mu je bilo potrebno da bi se uzdigao do kontemplacije [4, str. 396].

Kakav je bio značaj svetovnog obrazovanja u Vizantiji možemo naslutiti iz ispovesti princeze Ane Komnine koja u uvodu pohvale svomu ocu caru Aleksiju⁵ (1081–1118) kazuje da je čitala Aristotelove rasprave i Platonove dijaloge ali da je svoj „duh dovela do zrelosti“ studirajući kvadrivijum.

Do nas je dospelo malo izvora koji se odnose na školstvo u Vizantiji. Podaci su fragmentarno sačuvani u žitjima. Svetovno obrazovanje je izvesno postojalo sve vreme postojanja Vizantijskog carstva, ponekad u širem obimu, institucionalizovano kroz postojanje univerziteta, a ponekad je, sudeći prema

³Citat je preuzet iz prevoda koji je sačinio Albin Vilhar: Platon, *Država*, Kultura, Beograd, 1966.

⁴J.P. Migne, *Patrologia Graeca*, 36, 528.

⁵Anne Comnène, *Alexiade*, éd. et trad. Leib, C.B.B, 3 vol, 1937–1946.

odsustvu bilo kakvih istorijskih izvora školski život zamirao, da bi se kasnije opet pojavio u istom ili izmenjenom obliku. Justinijan je, kako je već napomenuto, ukinuo paganske škole ali je sačuvao škole prava od kojih je najpoznatija bila u Bejrutu. Ovo pravno središte Justinijan je želeo da poveže sa Carigradskim ali je 16. jula 551. godine zemljotres uništio Bejrut, a sa njime i njegov univerzitet.

U Carigradu je u vreme Iraklija (610–641) postojao Univerzitet imenom *Pandictatorion* na kojem je, prema sačuvanim podacima, Filoponov učenik Stefan predavao filozofiju i kvadrivijum [4, str. 412].

Kada je Varda, ujak cara Mihajla III (842–867), reformisao nastavu na carigradskom Univerzitetu 863. godine, a upravu nad njime predao **Lavu Matematičaru**, katedre za geometriju i astronomiju, prema sačuvanom svedočenju Teodora Prodoma⁶ zauzeli su Teodor i Teudegije [4, str. 416]. Treba istaći da je zahvaljujući Vardinom političkom delovanju i uticaju patrijarha Fotija, nekako u isto vreme kad je obnovljen Univerzitet, donesena odluka da braća Konstantin (kasnije Ćirilo) i Metodije, učenici Fotijeve, budu poslani u slovenski svet da bi ga pokrstili.

Lav Matematičar predavao je na Vardinom univerzitetu u Carigradu, između ostalog, i matematiku. Jedan Fotijev učenik, Areta (oko 850–944), izgleda da je slušao njegova predavanja o Euklidovoj VI knjizi *Elemenata*⁷. Ovo je onaj isti Areta koji će kasnije postati mitropolit Cezareje u Kapadokiji, čijom zaslugom će do nas dospeti najstariji sačuvani rukopis Euklidovih *Elemenata* (kodeks B) koji se danas čuva u Bodliani, biblioteci univerziteta u Oksfordu. Aretin učenik bio je i Nikita Paflagonac čiji je ugled bio toliki da ga je car Lav VI nagradio zbog njegove učenosti⁸ [1, str. 214].

Pomenuti Lav VI (886–912) reorganizovao je nastavu prava, a Konstantin Porfirogenet (913–959) je posle 945. godine obnovio nastavu na Univerzitetu koja je pod njegovim tastom i sa vladarem Romanom Lakapinom (920–944) bila zamrla. Za njegove vladavine bile su zastupljene sve discipline, a, uz retoriku, naročito kvadrivijum, pravo i medicina [4, str. 417].

Od vremena cara Jovana Cimiskija (969–976) nema svedočanstava o postojanju predavanja na carigradskom univerzitetu sve do 1045. godine kada

⁶J.P. Migne, *Patrologia Graeca*, 109, 200, 203.

⁷Krumbacher, *Geschichte der bizantinischen Literatur*, str. 622.

⁸Žitije sv. Evtimija, patrijarha, XVI, 1–5 i 56. Ovu hagiografiju svetog Evtimija (834–917), carigradskog patrijarha između 907 i 912 godine, napisao je nepoznati kaluder manastira Psamatija u Carigradu [5], kome je pre bilo stalo do polemike i historiografije nego do samog enkomiona, tj. pohvale, budući da se bezmalo može smatrati hronikom vladavine Lava VI. Zanimljivo, ovo žitje koje predstavlja izvanredan istorijski izvor, sačuvano je u samo jednom prepisu (Berol. gr. 55).

Konstantin IX Monomah obnavlja nastavu. U međuvremenu postojale su pojedine privatne škole. Jednu od njih u Carigradu je 1028. godine otvorio Jovan Mavropus iz Klaudiopolja u Kilikiji za koga se ne zna gde je stekao svoje enciklopedijsko znanje. Njegov najsajjniji učenik bio je **Mihailo Psel** (1018–1079?), jedan od najobrazovanijih ljudi svoga vremena i jedan od najuticajnijih ministara više careva, čiji se značaj u kulturi Vizantije ogleda najpre u obnavljanju ideja neoplatonizma. Sačuvan je jedan tekst koji se pripisuje Pselu, a odnosi se na *četiri matematičke nauke*, aritmetiku, muziku, geometriju i astronomiju [3, str. 274]. U geometrijskom odeljku ovoga teksta površina kruga se računa kao geometrijska sredina površina upisanog i opisanog kvadrata toga kruga, što kao približnu vrednost broja π daje $\pi = \sqrt{8} = 2,82844271!$

Sačuvan je podatak da je Psel za predavanja matematike koristio udžbenike Nikomaha iz Gerase, Euklida, Diofanta, i Teona iz Smirne, a za astronomiju Ptolemaja i Prokla [13, str. 174].

Matematičke nauke su ga, izgleda, posebno privlačile. On se ruga Jovanu Lombardu zato što je rimljanin „jer nijedno dete Rima dosad nije bilo ... geometar“⁹. Smatrao je da je prvi cilj matematike praktičan, ali da je matematika most koji na drugu stranu prevodi svakoga ko bi da pređe iz čulnog u inteligibilni svet i da postoji i krajnji cilj matematike koji se tiče ideja i kojemu bi morao da teži svaki filozof [13, str. 202].

Iako u njegovoj matematici nema ničeg novog i originalnog značaj Mihaila Psela u istoriji vizantijske matematike je znatan pre svega zbog njegovog oživljavanja neoplatonizma. Njegov pogled na matematiku je sasvim nov. Svojim savremenici koji su bili mistici zagledani samo u sopstveno unutrašnje prosvetljenje, Psel se suprotstavlja misaonim sistemom koji rehabilituje intelektualni napor pojedinca. Oživljavanjem starih vrednosti i nalaženjem njihovog novog mesta u vizantijskom pravoslavlju on i matematici daje novo mesto unutar vizantijske kulture.

Psel je bio nosilac titule „konzul filozofije“ i prvi upravnik Filozofskog fakulteta u Carigradu koji je, verovatno kada i Pravni fakultet, osnovan 1045. godine novelom cara Konstantina IX (1042–1055) [4, str. 421]. Ovaj fakultet Psel je zvao Gimnasionom (*γημνάσιον*), a, uz retoriku, na njemu je predavao kosmografiju i geometriju.

Jedan od središnjih događaja u istoriji Univerziteta bila je promena pod Aleksijem Komninom koji je, prvi put u istoriji Carstva, Crkvi dodelio pravo da nadgleda nastavu na Univerzitetu. Pravdajući oca, Ana Komnina kazuje da Aleksije nikada nije prestao da ohrabruje studente, ali im je preporučivao

⁹Fr. Boissonade, *De operatione Daemonum*, 49, Nürnberg, 1838 (n. izd. 1964), str. 169.

da, pre no što upoznaju tvorevine grčke kulture, najpre savladaju svete knjige [4, str. 424].

Unuk Aleksijev, Manojlo Komnin (1143–1180), reformiše Univerzitet i, u skladu sa zapadnoevropskim standardima, ukida neoplatonizam nastao pod Pselovim uticajem i uvodi isključivo aristotelovsku nastavu koja se sastoji iz logike, dijalektike, fizike, metafizike, astronomije i meteorologije. Tadašnji konzul filozofije i upravnik Filozofskog fakulteta Mihailo Anhijal, budući patrijarh, hvalio je cara što je vratio filozofiji ugled i ukinuo „ono što je bilo trulo“.

Posle pada Carigrada 1204. godine pod naletima krstaša, prestale su sa radom javne škole, a središte univerzitetskog života premešta se u Nikeju gde je car Jovan Vatac (1222–1254) osnovao filozofski fakultet čiji je upravitelj od 1238. godine bio Nićifor Vlemid (1197–1272), najistaknutiji naučnik toga vremena. Njegovi učenici bili su Georgije Pahimer, budući car Teodor Laskaris i Georgije Akropolit. U svojoj biografiji Georgije Kipranin¹⁰ piše da je bio Akropolitov učenik od 1264. do 1271. godine i slušao Aristotelovu filozofiju, Euklidovu geometriju i Nikomahovu aritmetiku.

Vlemidov učenik **Georgije Pahimer** (1242–1310), autor je rada o Kvadrivijumu sa grčkim naslovom *Σύνταγμα τῶν τεσσάρων μαθημάτων* ili *Τετραβιβλον*, latinski *Kvadrivium*. Ovo delo se mnogo prepisivalo, a najstariji sačuvani prepis je cod. Angelicus 38, koji je sredinom četrnaestog veka, verovatno u Carigradu, pisao matematičar i astronom Teodor Meliteniot. Ovaj Teodorov rukopis prepisivan je mnogo puta, tako da od njega potiče najmanje sedam rukopisa nastalih u šesnaestom veku, koji se čuvaju u Parizu. Najvažniji od njih, koji je najmanje tri puta prepisivan je Parisinus 2338, koji je 1529. godine u Francusku dospelo iz Italije [1, str. 154].

Pahimer je parafrazirao Diofantovu *Aritmetiku* [8, vol. 2, str. 453], a sačuvani su njegovi komentari Diofantove prve knjige, od prve definicije do jedanaeste propozicije.

Pahimerovo istorijsko delo odnosi se delom i na događaje na Balkanu. Njegove vesti osvetljavaju važne decenije u politici Vizantije obnovljene ponovnim osvajanjem Carigrada 1261. godine i odnose se na napore cara Mihajla VIII Paleologa da Carstvu povrati suprematiju na Balkanskom poluostrvu izgubljenju krstaškim osvajanjem Carigrada 1204. godine. Dragocene podatke Pahimer daje o vladi kralja Milutina u vremenu presudnom za buduće vizantijsko-srpske odnose¹¹.

Nastava je zamrla pod carem Mihailom VIII (1259–1282), da bi pod

¹⁰J.P. Migne, *Patrologia Graeca*, 142, 20.

¹¹Vizantijski izvori za istoriju Naroda Jugoslavije, tom VI, str. 1–62.

njegovim nasljednikom Andronikom II Paleologom (1282–1328) dobila novi zamah i postala zametak vizantijskog humanizma. Univerzitet je obnovljen, ali se ne može utvrditi da li su škole u kojima su predavali najznačajniji naučnici onoga vremena Maksim Planud, Teodor Metohit i Nićifor Grigora bile javne ili privatne.

Škola **Maksima Planuda** (oko 1255–1310), koji je rodom bio iz Nikomedije, po svemu sudeći pripadala je Univerzitetu. Planud čije pravo ime je bilo Manojlo (kada se zamonašio 1283. godine dobio je ime Maksim), autor je sholija prvih djevu knjiga Diofantove *Aritmetike* [8, vol. 2, str. 453] i dela sa naslovom *Aritmetika prema Indijskom metodu* (Ψηφοφογία κατ' Ἰνδοῦς) u kojoj koristi indijske oznake za devet brojeva 1,2,3,4,5,6,7,8,9 i oznaku 0 za nulu koju naziva *cifrom* (τζίφρα)¹². U „Aritmetici“ opisuje i metod za nalaženje kvadratnog korena višecifrenog broja, metod koji se suštinski ne razlikuje od savremenog. On ga naziva „indijskim metodom“ i o njemu piše¹³:

„Uzmi kvadratni koren prvog manjeg potpunog kvadrata i udvostruči ga: zatim od traženog kvadratnog korena oduzmi nađeni prvi manji potpuni kvadrat, a ostatku (koji služi kao brojilac) daj kao imenilac dvostruki nađeni kvadratni koren“ [8, vol. 2, str. 547].

Savremenom simbolikom zapisano, Planud koristi obrazac¹⁴

$$\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a},$$

a ilustruje ga primerom $\sqrt{18} = \sqrt{4^2 + 2} \approx 4 + 2/(2 \cdot 4) = 4,25$. Međutim, množeći $4\frac{1}{4}$ sa sobom Planud dobita da je greška $\frac{1}{16}$ i dodaje da će kasnije objasniti metodu koja je tačnija i do koje je sam došao. Međutim tu metodu koja se zasniva na poznavanju heksagezimalnog brojevnog sistema, znao je nepoznati sholiasta desete knjige Euklidovih *Elementa* [7, vol. 1, str. 72], a ona, po svemu sudeći, seže sve do Hiparha [8, vol. 2, str. 549].

Planud je ostavio traga i u vizantijskom školstvu budući da je nakon zamonašenja u Carigradu svoje mnogostruko znanje prenosio na svoje učenike

¹²Nula je već bila korišćena na zapadu, pre svega u Italiji, naravno u trgovačke svrhe. Naredbom Sinjorije iz 1299. godine u Firenci je trgovcima bila zabranjena upotreba nule, najverovatnije stoga što je bilo lako krivotvoriti knjige njenom prepravkom u 6 ili 9 [4, str. 398].

¹³*Aritmetiku prema Indijskom metodu* publikovao je Gerhardt 1865. godine u Haleu na grčkom, a na nemački je preveo H. Waeschke 1878. godine [8, vol. 2, str. 547].

¹⁴Ovaj obrazac naziva se *Heronovim obrascem* [12, str. 150], a bio je poznat i u vavilonskoj matematici jer su se njime koristili magi da bi nakon korišćenja Pitagorinog obrasca izračunali veličinu hipotenuze [12, str. 28].

u školi koja je zajedno sa carskom bibliotekom bila najpre u manastiru Hora (zadužbini velikog logoteta Teodora Metohita), a zatim pri manastiru Akatalipta¹⁵. Bio je jedan od najboljih vizantijskih poznavalaca i prevodilaca latinske književnosti i teologije tako da je, zahvaljujući svom znanju latinskog, učestvovao 1296. godine u poslanstvu koje je car Andronik II uputio u Veneciju. Tom prilikom se, najverovatnije, upoznao sa korišćenjem arapskih brojeva na zapadu.

Učenik i prijatelj Maksima Planuda, **Manojlo Moshopol** (oko 1265–1315), napisao je raspravu o magičnim kvadratima [8, vol. 2, str. 550] u kojoj je odredio u kvadratnoj mreži koja se sastoji iz n^2 kvadratnih polja, raspored brojeva $1, 2, 3, \dots, n^2$, takav da je njihov zbir u svakom horizontalnom ili vertikalnom redu isti i jednak $\frac{1}{2}n(n^2 + 1)$. Bavio se i problemom kvadrature kruga [4, str. 399].

Veliki logotet cara Andronika II, **Teodor Metohit** (1260/1261–1332), jedan je od najznačajnijih intelektualaca u kasnovizantijskom periodu. Svoje obrazovanje stekao je, između ostalog, i na klasičnim matematičkim delima Euklida i Diofanta, a napisao je dva komentara uz Ptolemajevog astronomska dela i još jedan astronomski spis „Uvod u astronomiju“ (Στοιχείωσις ἐπὶ τῇ ἀστρονομικῇ ἐπιστημῇ). Dva prepisa ovog dela čuvaju se u Vatikanu. U napomeni uz sadržaj luksuznog rukopisa Vaticanus 2176, piše Στοιχείωσις τοῦ πατρὸς μου, u prevodu *pouke moga oca*. Ovaj rukopis, svakako, pripadao je nekom od Metohitove dece¹⁶. Drugi rukopis koji sadrži isto delo čuva se u Vatikanu pod brojem 1365, a pripadao je za autorova života čuvenom carigradskom manastiru Hora [1, str. 165], najznačajnijem spomeniku Vizantije iz vremena dinastije Paleologa, nastalom na temeljima mnogo starijeg manastira koji se pominje kao utočište Svetog Save (439–532) na njegovom putu iz Palestine u Carigrad. Veliki logotet Teodor Metohit bio je ktitor nove crkve Svetog Spasa koja je obnovljena i ponovo dekorisana između 1303 i 1321. godine. Štaviše, Metohit je teološki i filozofski osmislio mozaičke kompozicije na njenim zidovima i svodovima, a njegov lik može se videti na ktitorskoj kompoziciji.

Metohit je pod uticajem Manojla Vrijenija¹⁷, počeo da se bavi astronomijom nakon izučavanja muzike i harmonije od koje, prema njegovom mišljenju,

¹⁵Vizantijski izvori za istoriju Naroda Jugoslavije, tom VI, str. 601.

¹⁶Nije isključeno da je ovaj rukopis pripadao njegovoj kćeri Irini koja je jedno vreme živela u izbeglištvu u Srbiji, na dvoru svoga zeta Stefana Dečanskog, oženjenog njenom ćerkom Marijom. Zbog Irine je u Skoplje na kraljevski dvor, dolazio Nićifor Grigora 1327. godine ne bi li privoleo kćer svoga učitelja da se vrati u Carigrad.

¹⁷Manojlo Vrijenije je napisao tri knjige iz istorije muzike, kratak pegled antičke teorije muzike u kojem je doslovno prepisivao iz navođenih dela [5].

potiče skladno kretanje zvezda. Enciklopedijski obrazovan, vratio je astronomiji naučni karakter, oslobođen od astroloških maštarija. Smatrao je, suprotno crkvenom shvatanju, da astronomija nema nikakve veze sa verom, već da je metodičko poznavanje pravih bića [4, str. 399]. U „Uvodu u astronomiju“ ipak se ogradio od opasnosti da tako shvaćena astronomija predstavlja opasnost za veru, budući da naučnici pokušavaju da upoznaju pravu prirodu stvari, nastalih i uređenih božjom voljom¹⁸.

Njegove rasprave koje se odnose na fiziku, astronomiju, fiziologiju i aristotelovsku psihologiju, sačuvane su samo na latinskom. U filozofiji on, uglavnom nedosledno, prihvata ili odbija delove Platonovog i Aristotelovog učenja što je uglavnom u skladu sa celokupnom vizantijskom kulturom. Sa jedne strane on se divi Aristotelovoj logici ceneći u njega „pravila koja dobro vode razum“, ali mu zamera što se njegova fizika ne zasniva na matematici. U ovome Metohit samo interpretira Platona i smatra da su brojevi osnova svake stvari, te da bez matematike ne bi bilo ni kosmosa. Njegovi komentari Platonovih dijaloga imali su znatnog uticaja u 15. veku.

Glavno delo mu je *Miscellanea*, neka vrsta filozofske enciklopedije čiji prepis koji se čuva u Parizu (Parisinus 2003) je nastao najverovatnije u carskoj kancelariji u Carigradu, pod nadzorom Metohitovog učenika Nićifora Grigore, zajedno sa prepisima naučnih spisa (rukopis Vaticanus 1365), rektorskih dela (sačuvanih samo u jednom primerku — Vindob. phi. gr. 95) i poezije (rukopis Parisinus 1776) [1, str. 149]. U njemu (*Miscellanea*) on osuđuje Aristotelovu Metafiziku, a divi se Platonu, pre svega njegovoj matematici. Napisao je pregled svih velikih matematičara antike i tvrdio je da matematika vodi razumevanju realnosti, a da je broj prva priroda svih bića [4, str. 388].

Kao diplomata boravio je pet puta na srpskom dvoru u Skoplju, poslednji put 1298. godine kada je ugovorio venčanje kralja Milutina i petogodišnje Simonide, ćerke vizantijskog cara Andronika II. Sačuvan je njegov izveštaj (Πρεσβευτικὸς) o putovanju kroz Srbiju¹⁹.

Učenik Jovana XIII Glikisa i Teodora Metohita bio je **Nićifor Grigora** (1290/1291–1359/1360), rodom iz pontske Herakleje. Sa 20 godina došao je u Carigrad. Bio je poslanik na srpskom dvoru u proleće 1327. godine. Napisao dva traktata o astrolabu²⁰ koji su imali velikog uspeha o čemu

¹⁸Vizantijski izvori za istoriju Naroda Jugoslavije, tom VI, str. 74.

¹⁹Vizantijski izvori za istoriju Naroda Jugoslavije, tom VI, str. 77–143.

²⁰A. Delatte, *Anecdota Atheniensia et alia II* (1939), 195–235. *Astrolab* je astronomski instrument koji su veoma mnogo koristili Persijanci i Arapi [14, str. 182]. Sastoji se iz spoljnog prstena koji je stepenima podeljen na 360 delova (stepeni). Disk koji je izbušen na nekim delovima može da se obrće unutar ovog kruga, a na njemu su pokazivači zvezda,

svedoče sačuvani rukopisi. U njima opisuje način kako da se učvrsti astrolab na planisferu. Komentarisao je Ptolemajev *Almagest*, *Veliku Sintaksu*²¹. Pisao je o pomračenjima Sunca i Meseca. Suparnici su sa sumnjom gledali na njegove spise i od njega tražili da navede datume pomračenja iz prošlosti, a on je naveo najvažnije počev od 448. godine iz vremena cara Teodosija II. Branio je, kao i njegov učitelj Metohit, astronomiju od mešanja sa astrologijom i zbog toga imao mnogo problema sa šarlatanima koji su zloupotrebljavali lakovernost ljudi i proricali im sudbine. On i u matematici nastavlja delo svoga učitelja Teodora Metohita i piše glose za komentare Nikomahove Aritmetike [4, str. 399].

Podsetnik o reformi izračunavanja uskršnjih praznika je njegovo najoriginalnije delo u kome ističe pogrešku u Julijanskom kalendaru prema kojem godina traje 365,25 dana, zbog čega su nastale zabune u crkvenom kalendaru. Svoj predlog reforme kalendara Grigora izneo je 1324. godine pred carem Andronikom II koji se i sam amaterski bavio astronomijom, i time ga pridobio za svoje ideje, ali car nije imao energije ili nije nalazio snage da ove reforme pokuša da ostvari u državi nesklonoj promenama²². Svojim predlozima Grigora je anticipirao reformu kalendara Pape Grgura XIII iz 1582. godine. Predlagao je da se dan uskrsa utvrdi kako bi se slavio istovremeno u celom hrišćanskom svetu.

Napisao je i rad o harmoniji koji se odnosi na muzičke intervale koji se upoređuju sa intervalima planeta u Sunčevom sistemu. Ovaj rad nastao je kao posledica proučavanja Ptolemajevih *Harmonika* (Ἄρμονικέ)²³, koje je Grigora komentarisao, a poduhvatio se i posla da napiše tri odeljka koje je smatrao neophodnim da bi se dopunilo delo velikog astronoma antike²⁴.

Otvorio je školu u manastiru Hora gde je sagradio malu kuću u kojoj je bila njegova biblioteka i u kojoj je držao predavanja svojim učenicima [4,

oštrih vrhova. Svojim okretanjen disk oponaša dnevno kretanje sfere zvezda nekretnica. Ugao rotacije, pa stoga i vreme, mogu se pročitati na prstenu. Iza izbušenog diska na gornjoj polovini podloge nalazi se 30 krugova koji predstavljaju horizont i njemu paralelne krugove na raznim visinama (dobijene stereografskom projekcijom). Podloga se ne pomera kada se disk okreće. Posle merenja visine zvezde (ili Sunca) disk se okreće dok vrh pokazivača te zvezde ne dodirne krug na podlozi koji odgovara izmerenoj visini zvezde. Tada se na prstenu može očitati vreme. Za upotrebu astrolaba na raznim geografskim širinama podloga se morala menjati. Na poledini astrolaba obično je bila *dioptra*, instrument za merenje visine zvezde.

²¹Sintaxis — red, slaganje.

²²Vizantijski izvori za istoriju Naroda Jugoslavije, tom VI, str. 146.

²³Ovo svoje delo Ptolemaj je smatrao najznačajnijim budući da je njime želeo na načini najdublji uvid u strukturu kosmosa, sistematičnom analizom harmonijom čuvstvene muzike, i njene slike u harmoniji planetarnih sistema [10, str. 931].

²⁴Codex Vaticanus gr. 185, 69a–201a.

str. 430].

Uz Nićifora Grigoru, Isaka Argira i Tomu Magistra jedan od Metohitovih učenika u Hori bio je i **Teodor Meliteniot** iz Melitine u gornjem toku Eufrata, arhidakon i, po svemu sudeći, profesor Carigradskog univerziteta u XIV veku. Napisao je jedan astronomski spis sa naslovom *Astronomsko troknjižje* — Tribiblon (Ἰστρονομικὴ τριβιβλος)²⁵, koji se delom oslanja na jedno persijsko delo, a delom na Ptolemajev *Kanon* i na spise Teona Aleksandrijskog. To je zapravo enciklopedija astronomije u tri knjige, najobimnije i najznačajnije astronomsko delo čitave vizantijske epohe [13, str. 248]. Smatra da je jedini predmet proučavanja astronomije predviđanje kretanja nebeskih tela, a nikako astrološka predviđanja, u to vreme veoma rasprostranjena. Izvori prvih dveju knjiga njegovog Tribiblona uz Teona Aleksandrijskog i posebno Klaudija Ptolemaja su Sirijan, Papos i Filipon, a poslednja, treća knjiga, u potpunosti je zasnovana na persijskoj astronomiji.

I Metohitov učenik **Isak Argir** (umro je oko 1375. godine), bavio se matematikom i astronomijom i za sobom ostavio nekoliko zanimljivih rasprava. To su, pre svega, sholije uz prvih šest knjiga Euklidovih *Elementata*. Napisao je i *Geodeziju*, a od astronomskih spisa *Predanje o postojećim persijskim kanonima astronomije*, *Raspravu novih sinodičkih i panselenskih kanona*, uputstvo za izradu astrolaba i opis Sunčevih i Mesečevih ciklusa. Bio je kaluđer, a u palamitskom sporu stao je na stranu Varlaama iz Kalabrije.

Još nekoliko vrsnih poznavalaca matematike obeležilo je vreme koje se obično naziva *Renesansom Paleologa*. Pre svega **Nikola Artavazd, Ravda**, iz Smirne, XIII/XIV vek, čija sačuvana pisma koja su nesumnjivo zasnovana na starijim grčkim izvorima, sadrže tablice množenja zapisane na grčki način [14, str. 46]. Ravda sabira razlomke na način kako mi to danas činimo računajući najmanji zajednički imenilac [14, str. 48]. Zahvaljujući tome on rešava jednačine tipa

$$\frac{x}{m} + \frac{x}{n} + \dots = a$$

[8, vol. 2, str. 552–553].

I Ravda kao i Planud pre njega, zna da koristi Heronovu formulu i da aproksimira kvadratni koren broja $a^2 + b$ koji nije kvadrat, brojem

$$a + \frac{b}{2a}.$$

Napomenimo da su sačuvani podaci o grčkim metodama računanja kvadratnog korena u dvama dokumentima iz petnaestog veka [8, vol. 2, str. 553].

²⁵J.P. Migne, *Patrologia Graeca*, 149, 988–1001 (izvodi iz toma IV).

Čuvar patrijaršijskog pečata u vreme cara Andronika III, **Jovan Pedijasim**, Galen (XIII/XIV vek), bavio se geometrijom. Napiso je delo o geometriji (Γεωμετρία²⁶) u kojem uglavnom sledi Heronove geometrijske ideje. Napisao je i napomene o složenim problemima aritmetike i raspravu o problemu udvostručenja kocke.

Varlaam, oko 1290–1350, kaluder iz Seminare, Kalabrija, došao 1327. godine u Carigrad, postao iguman manastira Soter i profesor Carigradskog univerziteta, a posle sukoba sa solunskim arhiepiskopom Grigorijem Palamom (1296–1359) i isihastima 1341. godine osuđen na ćutanje pa je prešao u katoličanstvo i vratio se u Italiju gde je dobio upravu nad biskupijom Đerače u okolini Napulja. Napisao je aritmetičke dokaze propozicija druge knjige Euklidovih *Elementa*, šest knjiga o aritmetici (Αριθμητική), raspravu o izračunavanju vremena pomračenja Sunca i polemiku o tom problemu sa Ptolemajem.

Na samom kraju pomenimo još dva kasnovizantijska poznavaoa matematike **Georgija Trapezuntskog** (1395–1484), koji je prevodio Ptolemajev *Almagest*, površno i netačno [10, str. 162, no3, 5, str. 130] i **Georgija Geometra** koji je, najverovatnije u XIV ili XV veku, napisao traktat o zemljomerstvu [5].

Poslednji vizantijski intelektualci nisu pokazivali mnogo znatiželje kada je matematika u pitanju. Pleton, Visarion, Genadije Sholarije bili su okupirani filozofskom, političkom i teološkom problematikom [13].

Kada su 1453. godine Turci osvojili Carigrad konačno je prestalo da postoji hiljadugodišnje Vizantijsko carstvo. Ukupna slika matematičkog stvaralaštva u tom dugom periodu stečena je na osnovu malobrojnih izvora koji su do sada objavljeni. Od uživanja u kritičkom gledanju prirode i sveta oko sebe koji su krasili kasni helenizam, u Vizantiji skoro da ništa nije ostalo [2, str. 17]. Vizantinci nisu delili naučnu radoznalost aleksandrijskog veka, njih je više okupirao problem spasenja duše.

Zahtevi obrazovanja koji su opstali sve vreme postojanja Carstva, ipak su ih upućivali na izučavanje naučnih dela antičkih autoriteta. Zahvaljujući strasti učenja ova dela su do nas i dospela. Najstariji njihovi sačuvani prepisi nastali su iz potreba vizantijskog školstva.

Naučnici i mislioci tokom duge istorije Carstva posvetili su mnoga dela nauci, između ostalog i matematici. Na žalost, malobrojni su izvorni tekstovi do sada proučeni i objavljeni. Ispitivanje ovih tekstova, kako misli Krumbaher, omogućilo bi da se uvidi da rad ovih naučnika nije beznačajan kao što misli Moric Kantor.

²⁶G. Friedlein, Program Anshbach, 1866.

References

- [1] H.G. Bek, *Putevi vizantijske književnosti*, Srpska književna zadruga, Beograd, 1967.
- [2] H.G. Bek, *Vizantijski milenijum*, Clio, Beograd, 1998.
- [3] C.B. Boyer, *A History of Mathematics*, Wiley, 1968.
- [4] L. Breje, *Vizantijska civilizacija*, Nolit, Beograd 1976.
- [5] V. Buhvald, A. Holveg, O. Princ, *Rečnik grčkih i latinskih pisaca antike i srednjeg veka*, Tuskulum leksikon, Vuk Karadžić, Beograd.
- [6] Euklid, *Elementi*, Naučna knjiga, Beograd, 1957.
- [7] T.L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, vol. I–III (2nd ed.), Dover, 1956.
- [8] T.L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, vol. I–II, Dover, 1981.
- [9] Z. Lučić, *Geometrija u ranovizantijskom periodu*, *Metodika i istorija geometrije*, Divčibare, 12–13 oktobra 1996, 49–55.
- [10] O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Springer, 1975.
- [11] G. Ostrogorski, *Istorija Vizantije*, Prosveta, Beograd, 1969.
- [12] M. Radojčić, *Opšta matematika*, Naučna knjiga, Beograd, 1950.
- [13] V. Tatakis, *Istoriji vizantijske filozofije*, Nikšić, 1996.
- [14] B.L. van der Waerden, *Science Awakening*, P. Noordhoff, Groningen, 1954.